

Compito scritto di
Calcolo delle probabilità 1^a UD

1. Tre clienti si presentano ad un ufficio con due sportelli e vengono serviti con tempi aleatori rispettivamente τ_1 , τ_2 e τ_3 , indipendenti tra loro e equidistribuiti come esponenziali di parametro λ . Mostrare che

- 1) $\tau' = \min\{\tau_1, \tau_2\}$ è distribuito in modo esponenziale di parametro 2λ ;
- 2) $\tau'' = |\tau_1 - \tau_2|$ è distribuito in modo esponenziale di parametro λ ;
- 3) τ' e τ'' sono indipendenti.

Trovare la distribuzione di probabilità (e la media) del tempo T impiegato a servirli tutti, esprimendo T tramite i tempi aleatori τ' , τ'' e τ_3 .

2. Si hanno tre urne contenenti ciascuna 3 palline bianche e due nere. Si estraggono senza ripetizione due palline dalla prima urna, che si mettono, a caso, una in ciascuna delle altre urne. Calcolare la probabilità che, estraendo da ciascuna delle tre urne così modificate, si ottengano tre palline nere.

3. Un segnale, di durata Δ , viene trasmesso ad un momento casuale u nell'intervallo di tempo $[0, T]$. Il ricevitore è acceso ad un momento casuale $v \in [0, T]$ per un lasso di tempo t . Assumendo che il punto (u, v) sia uniformemente distribuito nel quadrato $[0, T] \times [0, T]$, trovare la probabilità che il segnale venga rilevato dal ricevitore.

4. Siano X_1, X_2, X_3 tre variabili casuali indipendenti ed equidistribuite uniformemente sugli interi da $-n$ a n . Considerando il polinomio di secondo grado $\alpha_0 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_2$, che assume i valori X_1, X_2, X_3 rispettivamente per $x = 1, 2, 3$, calcolare la probabilità che i coefficienti $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ siano interi.

5. Due punti A e B sono scelti indipendentemente ed a caso in modo uniforme in un disco C . Calcolare la probabilità che il cerchio avente centro A e raggio \overline{AB} sia tutto all'interno di C .