

Compito scritto di
Calcolo delle probabilità 1^a UD

1. Date k urne contenenti ciascuna n palline identiche numerate da 1 a n , si estragga una pallina da ogni urna. Qual è la probabilità che m sia il più grande numero estratto?
2. Un distributore di monete fornisce un numero casuale X di monete con distribuzione di Poisson di parametro λ . Lanciando le monete ottenute e sapendo che ogni moneta ha probabilità p che esca *testa*, calcolare la distribuzione di probabilità del numero totale di *teste* ottenute.
3. Siano X , Y e $\{U_r : r \geq 1\}$ variabili casuali indipendenti, dove:

$$\mathbb{P}(X = k) = (e - 1) e^{-k}, \quad \mathbb{P}(Y = k) = \frac{1}{(e - 1) k!} \text{ per } k = 1, 2, \dots$$

e le U_r sono distribuite uniformemente in $[0, 1]$. Sia $M = \max\{U_1, U_2, \dots, U_Y\}$: mostrare che la variabile casuale $Z = X - M$ è distribuita in modo esponenziale e calcolarne il valore di aspettazione.

4. Dieci manoscritti sono archiviati in 30 *file* (3 *file* per un manoscritto). Calcolare la probabilità che, estratti a caso 6 *file*, non si abbia nessun manoscritto intero.
5. Date n urne numerate da 1 a n e contenenti ciascuna a palline bianche e b palline nere, si estragga una pallina dalla prima mettendola nella seconda; successivamente si estragga una pallina dalla seconda mettendola nella terza; si prosegua nello stesso modo fino all'ultima urna, da cui estraiamo una pallina guardandone il colore: qual è la probabilità che sia bianca sapendo che la prima pallina estratta è bianca?